

Temat: Działania na pierwiastkach*Zapisz do zeszytu*

Ćwiczenie 1.

a) $\sqrt{9^2} = \sqrt{81} = 9$

$(\sqrt{9})^2 = (3)^2 = 9$

$\sqrt{9} \cdot \sqrt{9} = 3 \cdot 3 = 9$

Zatem: $\sqrt{9^2} = (\sqrt{9})^2 = \sqrt{9} \cdot \sqrt{9} = 9$

Analogicznie:

b) $\sqrt{16^2} = (\sqrt{16})^2 = \sqrt{16} \cdot \sqrt{16} = 16$

c) $\sqrt[3]{8^3} = \sqrt[3]{512} = 8$

$(\sqrt[3]{8})^3 = 2^3 = 8$

$\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{8} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

Zatem: $\sqrt[3]{8^3} = (\sqrt[3]{8})^3 = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{8} = 8$

Analogicznie:

d) $\sqrt[3]{5^3} = (\sqrt[3]{5})^3 = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} = 5$

Rozwiązując powyższe ćwiczenia, można zauważyć, że (*Zapisz do zeszytu*):Dla $a \geq 0$:

$\sqrt{a^2} = a$

$(\sqrt{a})^2 = a$

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$

Dla dowolnej liczby a :

$\sqrt[3]{a^3} = a$

$(\sqrt[3]{a})^3 = a$

$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = a$

Korzystając z tych wzorów oraz z własności działań, możemy obliczać wartości niektórych wyrażeń zawierających pierwiastki.

Przykłady

$(5\sqrt{8})^2 = 5^2(\sqrt{8})^2 = 25 \cdot 8 = 200$

$\left(\frac{\sqrt[3]{-6}}{2}\right)^3 = \frac{(\sqrt[3]{-6})^3}{2^3} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$

$\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot 5 = 10$

$4\sqrt[3]{6} \cdot 2(\sqrt[3]{6})^2 = 8 \cdot (\sqrt[3]{6})^3 = 8 \cdot 6 = 48$

$\sqrt{7^6} = \sqrt{(7^3)^2} = 7^3 = 343$

$\sqrt[3]{8^{12}} = \sqrt[3]{(8^4)^3} = 8^4 = 4096$

$(\sqrt{10})^4 = ((\sqrt{10})^2)^2 = 10^2 = 100$

$(\sqrt[3]{-7})^9 = ((\sqrt[3]{-7})^3)^3 = (-7)^3 = -343$

Rozwiąż samodzielnie **zad 17/250**, oraz **zad 18 a-d/250** z podręcznika. Następnie sprawdź, czy dobrze rozwiązałeś.**17.** Oblicz:

a) $\sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2} = \frac{3}{7}$

c) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{15} = 15$

e) $\sqrt[3]{5^3} = 5$

g) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{9} = 9$

b) $(\sqrt{13})^2 = 13$

d) $(\sqrt{1,3})^2 = 1,3$

f) $(\sqrt[3]{7})^3 = 7$

h) $(-\sqrt[3]{2})^3 = -2$

18. Oblicz (korzystamy z przemienności i łączności mnożenia)

a) $4(\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12$

c) $\sqrt{7} \cdot 3\sqrt{7} = 3 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 3 \cdot 7 = 21$

b) $(2\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 4 \cdot 2 = 8$

d) $2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3} = 10 \cdot 3 = 30$

$$2\sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2}$$

Zadanie domowe

Zaloguj się na platformie epodreczniki.pl, w „udostępnionych dla mnie” wybierz temat: Pierwiastki kwadratowe i sześciennie, następnie rozwiąż ćwiczenie 4,11,17.

Czas na wykonanie pracy: **do środy (27 maja)** - Powodzenia!

W drugiej części tematu zajmiemy się mnożeniem i dzieleniem pierwiastków kwadratowych i sześciennych.

Bardzo proszę zapoznaj się filmami z linków:

<https://pistacja.tv/film/mat00324-mnozenie-pierwiastkow-kwadratowych?playlist=253>

<https://pistacja.tv/film/mat00325-dzielenie-pierwiastkow-kwadratowych?playlist=253>

Zapamiętaj

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

Mnożąc pierwiastki kwadratowe, mnożymy liczby pod znakiem pierwiastka.

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$

Iloczyn liczb pod pierwiastkiem możesz zapisać jako iloczyn dwóch pierwiastków.

$\sqrt{49 \cdot 25} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{25} = 7 \cdot 5 = 35$



Zapamiętaj

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

Dzieląc pierwiastki kwadratowe dzielimy liczby pod znakiem pierwiastka.

$\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = \sqrt{100} = 10$

Iloraz liczb pod pierwiastkiem możesz zapisać jako iloraz dwóch osobnych pierwiastków.

$\sqrt{0,64} = \sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{100}} = \frac{8}{10} = 0,8$

Korzystając z powyższych filmów dowiedzieliśmy się, że:

Zapisz do zeszytu

$$\sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} \text{ , bo } \sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{100} = 10 \text{ oraz } \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = 5 \cdot 2 = 10$$

$$\sqrt{9} : \sqrt{16} = \sqrt{9 : 16} \text{ , bo } \sqrt{9} : \sqrt{16} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4} \text{ oraz } \sqrt{9 : 16} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

Zapisz do zeszytu

Dla $a \geq 0$ i $b \geq 0$:

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Dla $a \geq 0$ i $b > 0$:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Zapoznaj się uważnie z filmami z linków:

<https://pistacja.tv/film/mat00328-mnozenie-pierwiastkow-szesciennych?playlist=623>

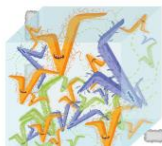
<https://pistacja.tv/film/mat00332-dzielenie-pierwiastkow-szesciennych?playlist=623>

Zapamiętaj

Iloczyn pierwiastków sześciennych jest równy pierwiastkowi sześciennemu z iloczynu liczb podpierwiastkowych. Prawdziwa jest też zależność odwrotna.

$$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \cdot b}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{8} &= 3 \cdot 2 = 6 = \sqrt[3]{216} \\ \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} &= \sqrt[3]{2 \cdot 4} = \sqrt[3]{8} = 2 \\ \sqrt[3]{8000} &= \sqrt[3]{8 \cdot 1000} = 2 \cdot 10 = 20 \end{aligned}$$



Zapamiętaj

Iloraz pierwiastków tego samego stopnia jest równy pierwiastkowi z ilorazu liczb podpierwiastkowych.

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}, \quad b \neq 0$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt[3]{2} : \sqrt[3]{4} &= \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{2} : \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8 \cdot 2 : 4} = \sqrt[3]{4} \\ \frac{2\sqrt[3]{9}}{3\sqrt[3]{\frac{1}{3}}} &= \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{3} \sqrt[3]{9 : \frac{1}{3}} = \frac{2}{3} \sqrt[3]{9 \cdot 3} = \frac{2}{3} \sqrt[3]{27} = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2 \end{aligned}$$



Korzystając z powyższych informacji dowiedzieliśmy się, że (*zapisz do zeszytu*):

$$\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{8 \cdot 1000}, \text{ bo } \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{1000} = 2 \cdot 10 = 20 \text{ oraz } \sqrt[3]{8 \cdot 1000} = \sqrt[3]{8000} = 20$$

$$\sqrt[3]{64:8} = \sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{8}, \text{ bo } \sqrt[3]{64:8} = \sqrt[3]{8} = 2 \text{ oraz } \sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{8} = 4 : 2 = 2$$

Dla dowolnych liczb a i b :

$$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$$

Dla dowolnej liczby a i $b \neq 0$:

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

Korzystając z tych równości, można uprościć obliczanie wartości niektórych pierwiastków.

Rozwiąż samodzielnie **zad 1/253** z podręcznika, następnie sprawdź

1. Oblicz:

$$\text{a) } \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{6 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3} = \sqrt[3]{6^3 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{6^3} \cdot \sqrt[3]{3^3} = 6 \cdot 3 = 18$$

$$\text{c) } \sqrt{5^2 \cdot 4^2} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{4^2} = 5 \cdot 4 = 20$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{2^3 \cdot 7^3} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{7^3} = 2 \cdot 7 = 14$$

Z poznanych wzorów i z rozkładu na czynniki pierwsze liczb podpierwiastkowych można obliczyć wartości niektórych pierwiastków.

Zapisz do zeszytu:

$$\sqrt{196} = \sqrt{2^2 \cdot 7^2} = 2 \cdot 7 = 14$$

$$\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \cdot 5^2} = 3 \cdot 5 = 15$$

$$\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\begin{array}{r|l} 196 & 2 > 2^2 \\ 98 & 2 > 2^2 \\ 49 & 7 > 7^2 \\ 7 & 7 > 7^2 \\ 1 & \end{array}$$

$$196 = 2^2 \cdot 7^2$$

$$\begin{array}{r|l} 225 & 3 > 3^2 \\ 75 & 3 > 3^2 \\ 25 & 5 > 5^2 \\ 5 & 5 > 5^2 \\ 1 & \end{array}$$

$$225 = 3^2 \cdot 5^2$$

$$\begin{array}{r|l} 216 & 2 > 2^3 \\ 108 & 2 > 2^3 \\ 54 & 2 > 2^3 \\ 27 & 3 > 3^3 \\ 9 & 3 > 3^3 \\ 3 & 3 > 3^3 \\ 1 & \end{array}$$

$$216 = 2^3 \cdot 3^3$$

Korzystając ze wzorów: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$, $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$ oraz $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \cdot b}$

$\sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a : b}$ można zapisać krócej:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{14} : \sqrt{7} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{10}$$

$$\sqrt[3]{15} : \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5}$$

Te wyniki są liczbami niewymiernymi

Rozwiąż samodzielnie **zad 5 a-d/253** z podręcznika, następnie sprawdź

5. Zapisz krócej. (korzystamy z przemienności i łączności mnożenia)

$$a) 7\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{3} = 21 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 21\sqrt{6}$$

$$b) \frac{3\sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{15}}{2}$$

$$c) 3\sqrt[3]{3} \cdot 4\sqrt[3]{7} = 12\sqrt[3]{21}$$

$$d) \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot 2\sqrt[3]{6} = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3} \cdot 6} = 2\sqrt[3]{2}$$

Zapamiętaj:

$$\sqrt{81} = 9, \text{ bo } 9^2 = 81$$

$$\sqrt[3]{125} = 5, \text{ bo } 5^3 = 125$$

$$\sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$$

$$\sqrt[3]{-64} = -4$$

$$\sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{100} - \sqrt{64} = 10 - 8 = 2$$

$$4\sqrt{5} = 4 \cdot \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{64} = 8$$

$$\sqrt{27} : \sqrt{3} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{50}$$

$$\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$$

$$\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt[3]{a^3} = (\sqrt[3]{a})^3 = a$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b} \quad b \neq 0$$

$$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$$

$$\sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a : b} \quad b \neq 0$$

Kartkówka

W piątek (29 maja) w zakładce „zadania domowe” pojawi się link do kartkówki. Link będzie aktywny w piątek od 9:00 do 18:00. Powodzenia!

Zadanie domowe

Sprawdź, czy umiesz str. 251, **zad 43** str. 262 oraz **zad 48 a-d** str. 262. Bardzo proszę rozwiązać te zadania w zeszytach, sprawdzimy je w przyszłym tygodniu na lekcji na Teams. Powodzenia!