

$$\sqrt{a} = b, \text{ gdy } b^2 = a \\ \text{dla } a, b \geq 0$$

Pierwiastkiem kwadratowym z liczby nieujemnej  $a$  nazywamy taką liczbę nieujemną  $b$ , której kwadrat jest równy liczbie  $a$ . Pierwiastek ten oznaczamy symbolem  $\sqrt{a}$ . Pierwiastek kwadratowy nazywany jest również pierwiastkiem stopnia drugiego. Mówimy, że liczba  $a$  w wyrażeniu  $\sqrt{a}$  to liczba podpierwiastkowa.

Zapisz i zapamiętaj:

|                 |    |            |                   |
|-----------------|----|------------|-------------------|
| $\sqrt{4} = 2$  | bo | $2^2 = 4$  | $\sqrt{64} = 8$   |
| $\sqrt{9} = 3$  | bo | $3^2 = 9$  | $\sqrt{81} = 9$   |
| $\sqrt{16} = 4$ | bo | $4^2 = 16$ | $\sqrt{100} = 10$ |
| $\sqrt{25} = 5$ | bo | $5^2 = 25$ | $\sqrt{121} = 11$ |
| $\sqrt{36} = 6$ | bo | $6^2 = 36$ | $\sqrt{144} = 12$ |
| $\sqrt{49} = 7$ | bo | $7^2 = 49$ | $\sqrt{169} = 13$ |

Zapisz do zeszytu przykłady pierwiastków:

$$\sqrt{0,25} = 0,5, \text{ bo } 0,5^2 = 0,25$$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}, \text{ bo } \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

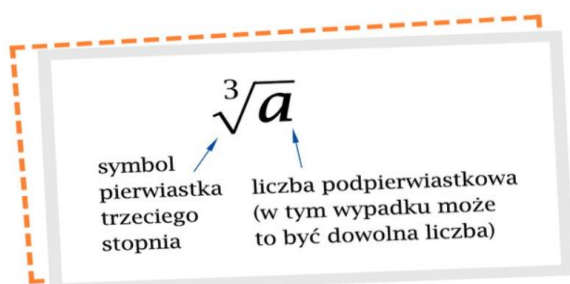
$$\sqrt{1} = 1, \text{ bo } 1^2 = 1$$

$$\sqrt{1,69} = 1,3, \text{ bo } (1,3)^2 = 1,69$$

$$\sqrt{0} = 0, \text{ bo } 0^2 = 0$$

$$\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}, \text{ bo } \left(1\frac{1}{4}\right)^2 = 1\frac{9}{16}$$

Zapisz do zeszytu:



$$\sqrt[3]{a} = b, \text{ gdy } b^3 = a \\ \text{dla dowolnych liczb } a, b$$

- Pierwiastkiem sześciennym z liczby  $a$  nazywamy taką liczbę  $b$ , której sześcián jest równy liczbie  $a$ . Pierwiastek ten oznaczamy symbolem  $\sqrt[3]{a}$ .

|                     |                |
|---------------------|----------------|
| $\sqrt[3]{8} = 2$   | bo $2^3 = 8$   |
| $\sqrt[3]{27} = 3$  | bo $3^3 = 27$  |
| $\sqrt[3]{64} = 4$  | bo $4^3 = 64$  |
| $\sqrt[3]{125} = 5$ | bo $5^3 = 125$ |

Dla dowolnej liczby  $a$  zachodzi równość  $\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$ .

Na przykład

$$\sqrt[3]{-125} = -5, \quad -\sqrt[3]{125} = -5,$$

czyli

$$\sqrt[3]{-125} = -\sqrt[3]{125} = -5.$$

Zapisz do zeszytu przykłady pierwiastków sześciennych:

|                                                                                                     |                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| • $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}} = -\frac{1}{3}, \text{ bo } \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27}$ | • $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{4}{5}, \text{ bo } \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$           |
| • $\sqrt[3]{-1} = -1, \text{ bo } (-1)^3 = -1$                                                      | • $\sqrt[3]{-0,008} = -0,2, \text{ bo } (-0,2)^3 = -0,008$                                                    |
| • $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\frac{1}{2}, \text{ bo } \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$   | • $\sqrt[3]{-\frac{1000}{343}} = -\frac{10}{7}, \text{ bo } \left(-\frac{10}{7}\right)^3 = -\frac{1000}{343}$ |

*Pierwiastek sześcienny nazywamy też pierwiastkiem trzeciego stopnia.*

Teraz rozwiążemy kilka przykładów w których występują pierwiastki (zwróć uwagę na kolejność działań).

#### Przykłady

$$2\sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6 \quad \bigg| \quad 2\sqrt{9} = 2 \cdot \sqrt{9}$$

$$2\sqrt{3\frac{1}{16}} = 2\sqrt{\frac{49}{16}} = 2 \cdot \frac{7}{4} = \frac{7}{2}$$

$$3\sqrt{0,16} = 3 \cdot \sqrt{\frac{16}{100}} = 3 \cdot \frac{4}{10} = 1,2$$

$$\frac{\sqrt{169-25}}{2} = \frac{\sqrt{144}}{2} = \frac{12}{2} = 6 \quad \bigg| \quad \text{Działania pod pierwiastkiem wykonujemy w pierwszej kolejności.}$$

#### Przykłady

$$5\sqrt[3]{8} = 5 \cdot 2 = 10 \quad 5\sqrt[3]{-27} = 5 \cdot (-3) = -15 \quad 2\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = 2 \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$$

# Zapamiętaj



$\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$  bo  $\frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$   
 $\sqrt{1,21} = \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10} = 1,1$  bo  $1,1 \cdot 1,1 = 1,21$

Gdy wykonujesz działania na pierwiastkach, pamiętaj o kolejności wykonywania działań.

- ( ) Działania w nawiasach
- $a^2$  Potęgowanie i pierwiastkowanie
- $\cdot$  : Mnożenie i dzielenie
- $+$   $-$  Dodawanie i odejmowanie

$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$   
 $\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

Korzystając z powyższych informacji spróbuj samodzielnie rozwiązać **zad 7/248** z podręcznika. Następnie sprawdź, czy dobrze rozwiązałeś.

## 7. Oblicz:

a)  $\sqrt{81} + 5 = 9 + 5 = 14$

e)  $2\sqrt[3]{125} - 3 = 2 \cdot 5 - 3 = 10 - 3 = 7$

b)  $\sqrt[3]{1000} - 100 = 10 - 100 = -90$

f)  $\frac{6}{\sqrt{144}} + 1 = \frac{6}{12} + 1 = \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{1}{2}$

c)  $4\sqrt{\frac{1}{121}} = 4 \cdot \frac{1}{11} = \frac{4}{11}$

g)  $\frac{3\sqrt[3]{-8}}{4} - 5 = \frac{3 \cdot (-2)}{4} - 5 = -\frac{6}{4} - 5 =$

d)  $\frac{\sqrt[3]{-27}}{18} = \frac{-3}{18} = -\frac{1}{6}$

h)  $\sqrt{16} + \sqrt[3]{125} = 4 + 5 = 9$

## Zadanie domowe

Sprawdź swoją wiedzę – rozwiąż poprawnie 15 przykładów ze strony:

[https://www.matzoo.pl/klasa7/pierwiastkowanie\\_8\\_438](https://www.matzoo.pl/klasa7/pierwiastkowanie_8_438)

W drugiej części tematu dowiedzie się co to jest liczba niewymierna, jak uprościć wyrażenia w których występują liczby niewymierne.

Nie zawsze jest możliwe podanie takiej liczby, której kwadrat lub sześćian jest równy liczbie podpierwiastkowej. Zastanówmy się ile wynosi  $\sqrt{2}$ .

- Liczba  $\sqrt{2}$  jest większa od 1,4 (bo  $1,4^2 < 2$ ) i mniejsza od 1,5 (bo  $2 < 1,5^2$ ). Zatem pierwszą cyfrą po przecinku jest 4.

$$\sqrt{2} = 1,4.....$$

- Liczba  $\sqrt{2}$  jest większa od 1,41 (bo  $1,41^2 < 2$ ) i mniejsza od 1,42 (bo  $2 < 1,42^2$ ). Zatem:

$$\sqrt{2} = 1,41.....$$

- Liczba  $\sqrt{2}$  jest większa od 1,414 (bo  $1,414^2 < 2$ ) i mniejsza od 1,415 (bo  $2 < 1,415^2$ ). Zatem:

$$\sqrt{2} = 1,414.....$$

Rozumując dalej w ten sposób, otrzymalibyśmy:

$$\sqrt{2} = 1,4142135623730950488016887242096980785696 \dots$$

Zatem rozwinięcie dziesiętne tej liczby nie jest okresowe.  $\sqrt{2}$  jest przykładem liczby niewymiernej.

### Zapisz i zapamiętaj

**Liczba niewymierna** to liczba, której nie można przedstawić w postaci ułamka  $\frac{a}{b}$ , gdzie  $a, b$  są liczbami całkowitymi i  $b \neq 0$ .

Każda liczba niewymierna ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone nieokresowe.

### Przykłady liczb niewymiernych

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, \sqrt{20}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{25}, \sqrt[3]{81}, \sqrt[3]{100}.$$

Do obliczeń stosuje się ich przybliżenia, najczęściej z dokładnością do dwóch cyfr po przecinku, które otrzymujemy na przykład za pomocą kalkulatora.

$$\sqrt{2} \approx 1,41$$

$$\sqrt{3} \approx 1,73$$

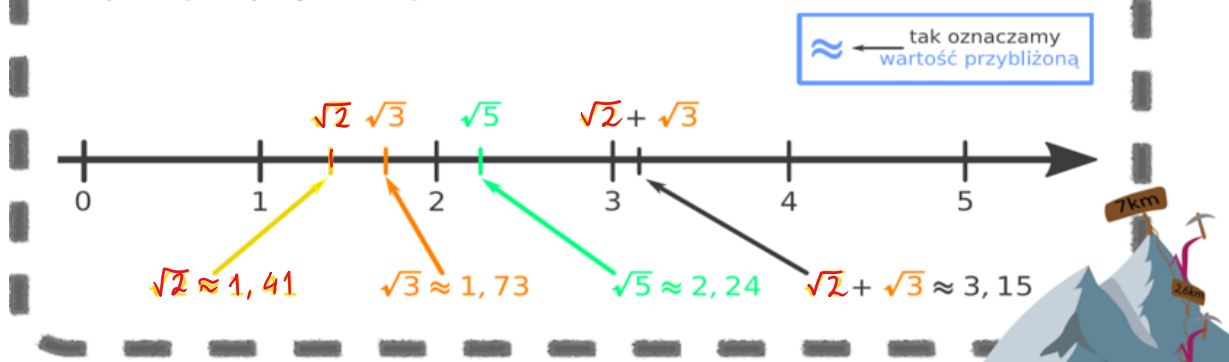
Aby utrwalić pojęcie liczby niewymiernej zapoznaj się z filmem:

<https://pistacja.tv/film/mat00318-pierwiastek-kwadratowy-z-liczb-niekwadratowych?playlist=253>

## Zapamiętaj



Niektóre z pierwiastków są liczbami niewymiernymi i nie potrafimy podać ich dokładnej wartości. Możemy zaznaczyć je na osi liczbowej i zapamiętać przybliżoną wartość.



Korzystając z powyższych informacji spróbuj samodzielnie rozwiązać :

**Zad 9 a,c/249 , Zad 13 a,b/249, Zad 14 a,b,c,d/249, Zad 15 a,b,c/249, Zad 16 a,b,c/250** (potem sprawdź).

W tych zadaniach nie podajemy przybliżonej wartości liczb niewymiernych, ponieważ w poleceniu mamy zapisać w prostszej postaci (nie w przybliżeniu) więc redukujemy wyrazy podobne tak jak na filmie.

$$2 < \sqrt{5} < 3$$

bo

$$2^2 < 5 < 3^2$$

9. O liczbie  $\sqrt{5}$  wiadomo, że jest większa od 2 i mniejsza od 3. Dobierz dwie kolejne liczby całkowite tak, aby jedna była mniejsza, a druga większa od podanej liczby.

a)  $\sqrt{15}$

$$3 < \sqrt{15} < 4$$

bo

$$\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$$

c)  $\sqrt{70}$

$$8 < \sqrt{70} < 9$$

bo

$$\sqrt{64} < \sqrt{70} < \sqrt{81}$$

13. Zapisz w prostszej postaci.

a)  $\frac{3\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

b)  $\frac{4\sqrt{6}}{10\sqrt{6}} = \frac{2}{5}$

14. Zapisz w prostszej postaci.

a)  $2\sqrt{7} + 1\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

b)  $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$

c)  $9\sqrt{6} - 1\sqrt{6} = 8\sqrt{6}$

d)  $7\sqrt{7} - 4\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = \sqrt{7}$

15. Zapisz w prostszej postaci.

a)  $5\sqrt{3} - 6 + 2\sqrt{3} = 7\sqrt{3} - 6$

b)  $3\sqrt{6} + 2 - \frac{1}{2}\sqrt{6} + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}\sqrt{6} + 2\frac{1}{2}$

c)  $\sqrt{5} + 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5} - 4\sqrt{3}$

16. Zapisz w prostszej postaci.

a)  $6\sqrt{7} + 2(3 - 2\sqrt{7}) = 6\sqrt{7} + 6 - 4\sqrt{7} = 2\sqrt{7} + 6$

b)  $3 - 2\sqrt{5} - (4\sqrt{5} - 6) = 3 - 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 6 = 9 - 6\sqrt{5}$

c)  $-3\sqrt{6} - 3(1 - 2\sqrt{6}) = -3\sqrt{6} - 3 + 6\sqrt{6} = 3\sqrt{6} - 3$

Zadanie domowe

**Zad 7** przykłady i,j,k,l str. 248, **zad 14** przykłady d,e,f str. 249, **zad 15** przykłady d,e,f str.249

Bardzo proszę rozwiązać te zadania w zeszycie, będziemy sprawdzać w przyszłym tygodniu na lekcji na Teams. Powodzenia!