

Równania oraz ich rozwiązania

Dwa wyrażenia, z których przynajmniej jedno zawiera zmienną, połączone znakiem „=” nazywamy **równaniem**.

Równaniem pierwszego stopnia z jedną niewiadomą nazywamy takie równanie, w którym występuje tylko jedna niewiadoma i to w potęgze pierwszej.

Rozwiązać równanie to znaczy znaleźć zbiór jego rozwiązań.



Rozwiązaniem równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą może być:

- **jedna liczba** spełniająca to równanie zwana pierwiastkiem równania
np. $2x + 5 = 21$ - $x = 8$ - rozwiązanie równania (tylko jedna liczba)
- **zbiór pusty**, czyli brak pierwiastków równania
np. $x + 4 = x + 5$ - takie równanie nie ma rozwiązań
- **nieskończenie wiele liczb** spełniających to równanie
np. $10x + 5 = 5(2x + 1)$ - takie równanie ma nieskończenie wiele rozwiązań (każda liczba spełnia to równanie)

Jak rozwiązywać równania?

1. **Każdą ze stron równania możemy przekształcić tożsamościowo**, np.
$$\begin{array}{ll} 3(x + 2) = 5 & (12x - 4) : 4 = 9 \\ 3x + 6 = 5 & 3x - 1 = 9 \end{array}$$
2. **Do obu stron równania możemy dodać lub odjąć takie samo wyrażenie**, np.
$$\begin{array}{ll} 3x + 6 = 5 & | -6 \\ 3x = -1 & \end{array} \qquad \begin{array}{ll} 2x - 7 = 9 & | +7 \\ 2x = 16 & \end{array}$$
3. **Obie strony równania możemy pomnożyć lub podzielić przez taką samą liczbę różną od zera**, np.
$$\begin{array}{ll} 3x = -1 & | :3 \\ x = -\frac{1}{3} & \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \frac{1}{2}x = 6 & | \bullet 2 \\ x = 12 & \end{array}$$

PRZYKŁADY:

1. $2x = 18 \parallel :2$

$$x = 9$$

$$-5x = 18 \parallel :(-5)$$

$$x = -\frac{18}{5}$$

$$x = -3,6$$

$$\frac{3}{4}x = -12 \parallel \cdot \frac{4}{3}$$

$$x = -16$$

2. $5 + x = 8 \parallel -5$

$$x = 3$$

$$x - 8 = -12 \parallel +8$$

$$x = -4$$

$$7 - x = 9 \parallel -7$$

$$-x = 2 \parallel \cdot (-1)$$

$$x = -2$$

3. $2x + 8 = -10 \parallel -8$

$$2x = -18 \parallel :2$$

$$x = -9$$

$$15 - 3x = 8 \parallel -15$$

$$-3x = -7 \parallel :(-3)$$

$$x = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}x - 8 = 10 \parallel +8$$

$$\frac{1}{2}x = 18 \parallel \cdot 2$$

$$x = 36$$

4. $2(x + 9) = 10$

I sposób

$$2(x + 9) = 10$$

$$2x + 18 = 10 \parallel -18$$

$$2x = -8 \parallel :2$$

$$x = -4$$

II sposób

$$2(x + 9) = 10 \parallel :2$$

$$x + 9 = 5 \parallel -9$$

$$x = -4$$

$$(4x - 8) : 4 = 16$$

I sposób

$$(4x - 8) : 4 = 16$$

$$x - 2 = 16 \parallel +2$$

$$x = 18$$

II sposób

$$\frac{4x-8}{4} = 16 \parallel \cdot 4$$

$$4x - 8 = 64 \parallel +8$$

$$4x = 72 \parallel :4$$

$$x = 36$$

5. $5x + 2 = 3x - 7 \parallel -2$

$$5x = 3x - 9 \parallel -3x$$

$$2x = -9 \parallel :2$$

$$x = -4,5$$

można poprzemienić wyrazy na drugą stronę równania ale ze zmienionymi znakami:

$$5x + 2 = 3x - 7$$

$$5x - 3x = -7 - 2$$

$$2x = -9 \parallel :2$$

$$x = -4,5$$



6. Bardziej skomplikowane równania rozwiązujemy podobnie.

Pamiętamy, że **najpierw** musimy doprowadzić równanie do najprostszej postaci, tak by po jednej i drugiej stronie równania były sumy algebraiczne. Czyli likwidujemy nawiasy i kreski ułamkowe:

$$3x + 5 = -2(9 - 2x) \qquad \frac{5-2x}{3} = 2(x + 3) \quad || \cdot 3$$

$$3x + 5 = -18 + 4x \qquad 5 - 2x = 6(x + 3)$$

$$5 - 2x = 6x + 18$$

Potem przenosimy wyrazy stronami tak by po jednej były wyrazy z x, a po drugiej liczby:

$$3x + 5 = -18 + 4x \qquad 5 - 2x = 6x + 18$$

$$3x - 4x = -18 - 5 \qquad -2x - 6x = 18 - 5$$

$$-x = -23 \qquad -8x = 13$$

Na koniec dzielimy przez liczbę przy x lub mnożymy przez odwrotność liczby przy x:

$$-x = -23 \quad || \cdot (-1)$$

$$x = 23$$



$$-8x = 13 \quad || :(-8)$$

$$x = -1\frac{5}{8}$$

7. Może tak się zdarzyć, że x „zniknie”. Co to oznacza?

$$2x + 5 = 2(3 + x)$$

$$2x + 5 = 6 + 2x \quad || -2x$$

$$5 = 6$$

Fałsz

Żadna liczba nie jest rozwiązaniem
tego równania

$$2x - 6 = (-18 + 6x) : 3$$

$$2x - 6 = -6 + 2x \quad || -2x$$

$$-6 = -6$$

Prawda

Każda liczba spełnia to równanie

8. Strony równania można zamieniać miejscami:

$$9 = 3x + 8 \quad \text{to to samo co } 3x + 8 = 9$$